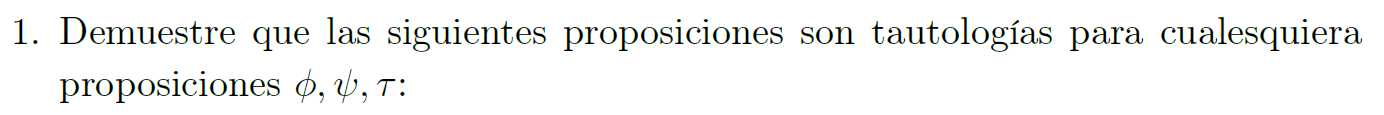
Sección 2.3

1(b, c, f, g, k, l, n), 2(b, d), 3, 6(b, d, f, g), 8, 9, 10.





1. v(Φ ≡ Ⴔ) = T y v(Φ ≡ Ⴔ) = T por meta teorema 2.23 para caso ≡
2. v(Φ) = T o F por meta teorema 2.20
3. v(Ⴔ) = T o F por meta teorema 2.20
4. De aquí salen varias opciones, las cuales sol
5. v(Φ) = v(Ⴔ) = T
6. v(Φ) = v(Ⴔ) = F
7. v(Φ) = F y v(Ⴔ) = T
8. v(Φ) = T y v(Ⴔ) = F
9. Forma

   Descripción generada automáticamente con confianza bajapor esto:
10. v(Φ ≡ Ⴔ) = F y v(Φ ≡ Ⴔ) = F

Por meta teorema 2.23 en caso ≡

1. v(Φ ≡ Ⴔ) = T y v(Φ ≡ Ⴔ) = T
2. Así
3. (Φ ≡ Ⴔ) ≡ (Φ ≡ Ⴔ) = T



1. v(true) = T
2. v(Φ) = T o F por meta teorema 2.20
3. De aquí salen 2 posibles casos para v(Φ ≡ true)
4. v(Φ) = v(true) = T o v(Φ) = F y v(true)= T
5. Así
6. v(Φ ≡ true) = T o v(Φ ≡ true) = F Por meta teorema 2.23 en caso ≡
7. y por lo dicho antes sobre v(Φ) en 2
8. ((Φ ≡ true) ≡ Φ) = T Por meta teorema 2.23 en caso ≡



1. Para v(Φ ∨ false)
2. v(Φ)= T o F por meta teorema 2.20
3. v(false) = F
4. Así v(Φ ∨ false) = T cuando v(Φ) = T o v(Φ ∨ false) = F cuando v(Φ) = F
5. ((Φ ∨ false) ≡ Φ) por 4 y 2



1. v(Φ) = T o F por meta teorema 2.20
2. v(Φ ∨ Φ) = F con v(Φ) = F o v(Φ ∨ Φ) = T con v(Φ) = T por meta teorema 2.23 en 1
3. Así v((Φ ∨ Φ) ≡ Φ) = T



1. v(Φ) = T o F por meta teorema 2.20
2. v(¬Φ) = F o T por meta teorema 2.23 caso ¬
3. v(Φ Ʌ (¬Φ)) = F por meta teorema 2.23 caso Ʌ
4. v(¬(Φ Ʌ (¬Φ))) = T por meta teorema 2.23 caso ¬



1. v(Φ) = T o F por meta teorema 2.20
2. v(Ⴔ) = T o F por meta teorema 2.20
3. v(Ⴔ → Φ) = T o F
   1. De aquí salen 2 casos, cuando v(Ⴔ) = T y v(Φ) = F, v(Ⴔ → Φ) = F, todos los demás posibles casos para las valuaciones de Ⴔ y Φ, v(Ⴔ → Φ) = T
4. v(Φ → (Ⴔ → Φ)) = T o F
5. por 3, cuando v(Φ) es F, v(Ⴔ → Φ) es F y v(Φ → (Ⴔ → Φ)) = T por meta teorema 2.23 caso →
6. cuando v(Φ) = T, v(Ⴔ → Φ) = T por 3 y por meta teorema 2.23 caso →, v(Φ → (Ⴔ → Φ)) = T
7. Así por 5 y 6, en todos los casos v(Φ → (Ⴔ → Φ)) vale T



1. v(Φ) = T o F por meta teorema 2.20
2. v(Ⴔ) = T o F por meta teorema 2.20
3. v(¬Φ) = F o T por meta teorema 2.23 caso ¬
4. v(¬Ⴔ) = F o T por meta teorema 2.23 caso ¬
5. v(Φ → Ⴔ) = T o F
   1. Cuando v(Φ) = T y v(Ⴔ) = F, v(Φ → Ⴔ) = F, todos los demás casos tienen como resultado que v(Φ → Ⴔ) = T
6. v((¬Ⴔ) → (¬Φ)) = T o F
   1. Cuando v(Ⴔ) = F y v(Φ) = T, v((¬Ⴔ) → (¬Φ)) = F, en todos los demás casos, el resultado de v((¬Ⴔ) → (¬Φ)) = T
7. Por 5 y 6, (Φ → Ⴔ) ≡ ((¬Ⴔ) → (¬Φ)), ya que en cualquier valuación de Φ y Ⴔ, ambas partes de la valuación son equivalentes



Un dibujo de una persona

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Se debe encontrar al menos una ocasión donde v((¬p) ∨ q) = T

Por meta teorema 2.23 en el caso ∨, v(¬p) o v(q) = T para que v((¬p) ∨ q) = T

v(p) = T o F por meta teorema 2.20

v(¬p) = F o T por meta teorema 2.23 caso ¬

Cuando v(p) = v(q) = F, v((¬p) ∨ q) = T

Pero no es tautología cuando v(p) = T y v(q) = F

Así ((¬p) ∨ q) es satisfacible pero no tautología



Se debe encontrar al menos una ocasión donde v(¬(p Ʌ (¬q))) = T

Por meta teorema 2.23 en el caso Ʌ, v(p) v(¬q) para que v((p Ʌ (¬q)) = F

Y por meta teorema 2.23 en el caso ¬, cuando v((p Ʌ (¬q)) = F, v(¬(p Ʌ (¬q))) = T

v(p) = F

v(¬q) = T

Por las 2 valuaciones anteriores y meta teorema 2.23 en el caso Ʌ, v((p Ʌ (¬q)) = F

Por meta teorema 2.23 en el caso ¬, v(¬(p Ʌ (¬q))) = T

Así v(¬(p Ʌ (¬q))) es satisfacible

Ahora el caso donde

v(p) = T

v(¬q) = T

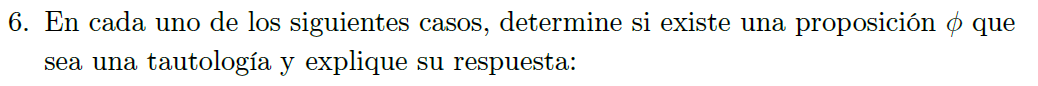
v((p Ʌ (¬q)) = T por meta teorema 2.23 en el caso Ʌ y por las 2 valuaciones anteriores

Ahora por meta teorema 2.23 en el caso ¬, v(¬(p Ʌ (¬q))) = F

Así (¬(p Ʌ (¬q))) es satisfacible



* (p ≡ (¬p))
* (q ≡ (¬q))
* (¬true)





No existe una proposición Φ que sea tautología con false como conectivo lógico, ya que false es una constante(sin argumentos) y tiene valor de F, por lo que nunca será tautología



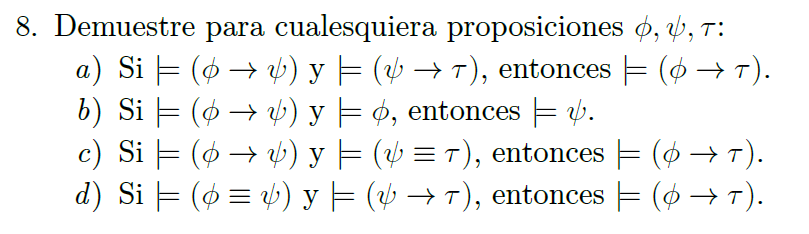
Teniendo como variable proposicional a p, Φ = (p (¬p)) y es tautología



Teniendo como variable proposicional a p, Φ = (¬(p Ʌ (¬p))) y es tautología



Teniendo a p como variable proposicional, Φ = (p → p) y es tautología



a)

1. {(Φ → Ⴔ),(Ⴔ → τ)} ⊨ (Φ → τ) A demostrar
2. v(Φ → Ⴔ) = T
   1. Para que sea verdadero:
3. v(Φ) = T o F por meta teorema 2.20
4. si v(Φ) = T, v(Ⴔ) = T
5. sí v(Φ) = F, v(Ⴔ) = T o F Por meta teorema 2.23 caso →
6. v(Ⴔ → τ) = T
7. por 5 y 6 se repite que v(Ⴔ) puede ser T
8. por 7, v(τ), debe ser T, para que se cumpla la consecuencia tautológica
9. Así, v(Φ)=v(τ)=T, por (4, 5, 8)
10. v(Φ → τ)= T por meta teorema 2.23 caso →

Entonces v(Φ → τ) = T

b)

1. {(Φ → Ⴔ),(Φ)} ⊨ Ⴔ A demostrar
2. v(Φ) = T Por definición de consecuencia tautológica
3. v(Φ → Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica
4. v(Ⴔ) = T Por meta teorema 2.23 caso → y 3

Así v(Ⴔ) = T

c)

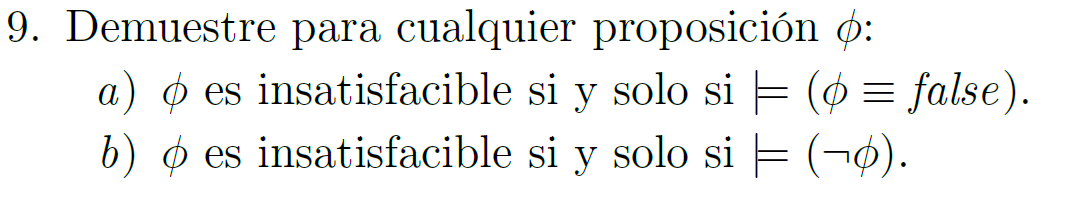
1. {(Φ → Ⴔ),(Ⴔ ≡ τ)} ⊨ (Φ → τ) A demostrar
2. v(Φ ≡ τ) = T Por definición de consecuencia tautológica
3. De 2, salen 2 opciones, v(Φ) = v(τ) = T o v(Φ) = v(τ) =F
4. v(Φ → Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica
5. De 4, salen 3 opciones, v(Φ)=v(Ⴔ)=T o v(Φ)=v(Ⴔ)= F o (v(Φ)=F y v(Ⴔ)=T)
6. Se ve que se repite v(Φ) = F en 5 y 3
7. Si v(Φ) = F, v(Φ → τ) = T y 𝝘 es T Por meta teorema 2.23 caso →

Así v(Φ → τ) = T

d)

1. {(Φ ≡ Ⴔ),(Ⴔ → τ)} ⊨ (Φ → τ) A demostrar
2. v(Φ ≡ Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica
3. De 2, salen 2 opciones, v(Φ) = v(Ⴔ) = T o v(Φ) = v(Ⴔ) =F
4. v(Ⴔ → τ) = T Por definición de consecuencia tautológica
5. De 4, salen 3 opciones v(Ⴔ)=v(τ)=T o v(Ⴔ)=v(τ)= F o (v(Ⴔ)=F y v(τ)=T)
6. Se ve que se repite que v(τ) = T
7. Si v(τ) = T, v(Φ → τ) = T y 𝝘 es T Por meta teorema 2.23 caso →

Así v(Φ → τ) = T



a)

⊨ (Φ ≡ false) A demostrar

v(false) = F Por definición 2.18

v(Φ ≡ false) = T Por definición de consecuencia tautológica

Para que v(Φ ≡ false) = T, se cumpla, v(Φ) debe ser F, ya que v(false) = F

Así v(Φ) = F y se convierte en insatisfacible

b)

⊨ (¬Φ) A demostrar

v(¬Φ) = T Por definición de consecuencia tautológica

Para que v(¬Φ) = T, v(Φ) debe ser F, por meta teorema 2.23 caso ¬

Así Φ es insatisfacible

Esquemático

Descripción generada automáticamente con confianza baja

a)

{(Φ), (Ⴔ)}⊨(Φ ≡ Ⴔ) A demostrar

Por definición de consecuencia tautológica, v(Φ)=v(Ⴔ)=T

Por lo anterior, v(Φ ≡ Ⴔ) = T, por meta teorema 2.23 caso ≡

b)

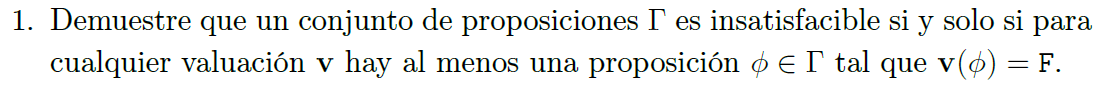
{(Φ), (Ⴔ)}⊨(Φ Ʌ Ⴔ) A demostrar

Por definición de consecuencia tautológica, v(Φ)=v(Ⴔ)=T

Por lo anterior, v(Φ Ʌ Ⴔ) = T, por meta teorema 2.23 caso Ʌ

Sección 2.4

1, 2, 6(a, c, d), 7



{(¬Φ), (Ⴔ)} ⊨ (Φ) Ejemplo

v(¬Φ)=v(Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica

v(Φ) = F Por meta teorema 2.23 caso ¬

Si v(Φ) = F, entonces 𝝘 es insatisfacible

Texto, Carta

Descripción generada automáticamente

a) {Φ}⊨Φ

v(Φ) = T Por definición de consecuencia tautológica

v(Φ) = v(Φ) Por meta teorema 2.21

Así v(Φ) = T y 𝝘 es satisfacible

b) {(¬(Φ ≡ Φ))} ⊨ Ⴔ

v(¬(Φ ≡ Φ)) = T Por definición de consecuencia tautológica

v(Φ ≡ Φ) = F Por meta teorema 2.23 caso ¬

v(Φ) ≠ v(Φ), así se llega a una contradicción entonces {(¬(Φ ≡ Φ))} ⊭ Ⴔ

c) {Φ} ⊨ (Φ ∨ Ⴔ)

v(Φ) = T Por definición de consecuencia tautológica

v(Φ ∨ Ⴔ) = T Por meta teorema 2.23 caso ∨

Así v(Φ ∨ Ⴔ) = T y 𝝘 es satisfacible

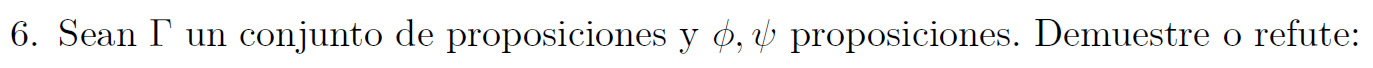
d) {(Φ ∨ Ⴔ), ((¬Φ) ∨ τ)}⊨(Ⴔ ∨ τ)

v(Φ ∨ Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica

Para que lo anterior se cumpla, v(Φ) o v(Ⴔ) = T

Tomando el caso donde v(Ⴔ)= T

V((Ⴔ ∨ τ)) = T Por meta teorema 2.23 caso ∨





{(Φ), (Ⴔ)}⊨(Φ ∨ Ⴔ)

v(Φ) = T Por definición consecuencia tautológica

v(Ⴔ) = T Por definición consecuencia tautológica

v(Φ ∨ Ⴔ) = T Por meta teorema 2.23 caso ∨

Así {(Φ), (Ⴔ)}⊨(Φ ∨ Ⴔ)



{(¬Φ), (Ⴔ)}⊨(Φ → Ⴔ)

v(¬Φ) = T Por definición consecuencia tautológica

v(Ⴔ) = T Por definición consecuencia tautológica

v(Φ) = F Por meta teorema 2.23 caso ¬

v(Φ → Ⴔ) = T Por meta teorema 2.23 caso →

Así {(¬Φ), (Ⴔ)}⊨(Φ → Ⴔ)



{(¬Φ), (¬Ⴔ)} ⊭ (Φ → Ⴔ)

v(¬Φ) = T Por definición consecuencia tautológica

v(Φ) = F Por meta teorema 2.23 caso ¬

v(¬Ⴔ) = T Por definición consecuencia tautológica

v(Ⴔ) = F Por meta teorema 2.23 caso ¬

v(Φ → Ⴔ) = T

Así que no es verdad {(¬Φ), (¬Ⴔ)} ⊭ (Φ → Ⴔ) porque se llega a una contradicción, donde {(¬Φ), (¬Ⴔ)} ⊨ (Φ → Ⴔ)

Interfaz de usuario gráfica, Word

Descripción generada automáticamente

a)

𝝘 es el conjunto vacío, así que Φ es necesariamente tautología

b)

ya que 𝝘 es un subconjunto de 𝞓 y 𝝘 ⊨ Φ, por transitividad, 𝞓 ⊨ Φ

c)

1. 𝝘 ⊨ (Φ → Ⴔ) 𝝘 + {Φ} ⊨ Ⴔ
2. De 𝝘 ⊨ (Φ → Ⴔ), salen 2 opciones, v(Φ)=v(Ⴔ) = T o v(¬Φ)=v(¬Ⴔ) = T
3. De 𝝘 + {Φ} ⊨ Ⴔ sale que v(Φ) = T
4. Tomando de 2, el caso donde v(Φ) = T e incluyéndolo en 3, se tiene que {(Φ),(Ⴔ)}⊨(Φ→ Ⴔ)
5. Así queda demostrado que 𝝘 ⊨ (Φ → Ⴔ) ≡ 𝝘 + {Φ} ⊨ Ⴔ

d)

1. 𝝘 + (¬Φ)⊨ Ⴔ 𝝘 + {Φ} ⊨ Ⴔ entonces 𝝘 ⊨ Ⴔ
2. De 𝝘 + (¬Φ)⊨ Ⴔ sale que v(Φ) = F
3. De 𝝘 + {Φ} ⊨ Ⴔ sale que v(Φ) = T
4. Al tener Φ diferente valuación para cada caso, se entiende que 𝝘 es el conjunto de proposiciones que 𝝘 implica tautológicamente a Ⴔ

Sección 2.5

2(b, d), 3





{(Φ → Ⴔ), (¬Ⴔ)}⊨(¬Φ)

v(¬Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica

Así v(Ⴔ) = F Por meta teorema 2.23 caso ¬

v(Φ → Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica

Si v(Ⴔ) = F, v(Φ → Ⴔ) = T, v(Φ) = F por meta teorema 2.23 caso →

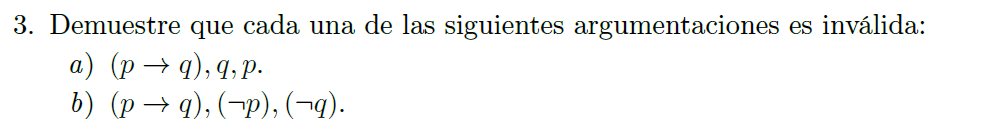
Así v(¬Φ) = T Por meta teorema 2.23 caso ¬

Entonces {(Φ → Ⴔ), (¬Ⴔ)}⊨(¬Φ) es válido



1. {(Φ → Ⴔ), (Φ→(¬Ⴔ))}⊨(¬Φ)
2. v(Φ → Ⴔ) = T Por definición de consecuencia tautológica
3. De lo anterior salen 3 opciones, v(Φ)=v(Ⴔ)=T, v(Φ)=v(Ⴔ)=F, (v(Φ)=F y v(Ⴔ)=T)
4. v(Φ → (¬ Ⴔ)) = T Por definición de consecuencia tautológica
5. De lo anterior salen 3 opciones, v(Φ)=v(Ⴔ)=F, (v(Φ)=T y v(Ⴔ)=F), (v(Φ)=F y v(Ⴔ)=T)
6. Vemos que se repite v(Φ)=v(Ⴔ)=F y (v(Φ)=F y v(Ⴔ)=T) en 3 y 5
7. La valuación que se necesita es la de Φ, así que se toma v(Φ)=F, ya que se repite
8. v(¬Φ) = T Por meta teorema 2.23 caso ¬

Así queda demostrado que {(Φ → Ⴔ), (Φ→(¬Ⴔ))}⊨(¬Φ) es válido



a) {(p → q),(q)} ⊨ p

v(q) = T Por definición de consecuencia tautológica

v(p → q) = T, sin importar el valor de p Por meta teorema 2.23 caso →

Como v(p)= T o F, y aún así se cumple que 𝝘 es satisfacible, se toma v(p) = T

Con este caso la argumentación es inválida

b) {(p → q),(¬p)}⊨(¬q)

v(¬p) = T Por definición de consecuencia tautológica

v(p) = F Por meta teorema 2.23 caso ¬

Con v(p) = F, v(p → q) = T Por meta teorema 2.23 caso →

Como sin importar si v(p) = T o F, 𝝘 es satisfacible, entonces se toma que v(p) = T

Con esta valuación, la argumentación es inválida